



A කොටස

1. ගණිත අග්‍රහණ මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු  $n \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $\sum_{r=1}^n (4r+1) = n(2n+3)$  බව සාධනය කරන්න.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2. එක ම රූප සටහනක  $y=3|x-1|$  හා  $y=|x|+3$  හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.  
ඒ නිශ්චිත හෝ අන් අයුරකින් හෝ,  $3|2x-1| > 2|x|+3$  අසමානතාව සපුරාලන  $x$  හි සියලු ම තාත්කලීක අගයන් සොයන්න.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



5.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{3})}{(\sqrt{3x} - \sqrt{\pi})} = \frac{2\sqrt{\pi}}{3}$  බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6.  $y = \frac{e^x}{1+e^x}$ ,  $x = 0$ ,  $x = \ln 3$  හා  $y = 0$  වකු මගින් ආවෘත වන පෙදෙස  $x$ -අක්ෂය වටා රේඩියන්  $2\pi$  චලිත ක්‍රමණය කරනු ලැබේ. මෙලෙස ජනනය වන සන වස්තුවේ පරිමාව  $\frac{\pi}{4}(4\ln 2 - 1)$  බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  ඉලිප්සයට එය මත  $P \equiv (5 \cos \theta, 3 \sin \theta)$  ලක්ෂ්‍යයේ දී වූ අභිලම්භ රේඛාවෙහි සමීකරණය  $5 \sin \theta x - 3 \cos \theta y = 16 \sin \theta \cos \theta$  බව පෙන්වන්න.

ඉහත ඉලිප්සයට එය මත  $\left(\frac{5}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$  ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි අභිලම්භ රේඛාවේ  $y$ -අන්තඃකේඛය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8.  $m \in \mathbb{R}$  හා  $l$  යනු  $A \equiv (1, 2)$  ලක්ෂ්‍යය හරහා යන අනුක්‍රමණය  $m$  වූ සරල රේඛාව යැයි ගනිමු.

$l$  හි සමීකරණය  $m$  ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

$B \equiv (2, 3)$  ලක්ෂ්‍යයේ සිට  $l$  රේඛාවට ඇති ලම්භ දුර ඒකක  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  බව දී ඇත.

$m$  හි අගයන් සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. කේන්ද්‍රය  $(-2, 0)$  ලක්ෂ්‍යයෙහි තිබෙන හා  $(-1, \sqrt{3})$  ලක්ෂ්‍යය හරහා යන  $S$  වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.  $A \equiv (1, -1)$  ලක්ෂ්‍යයේ සිට  $S$  වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

ඒ නගිත්,  $A$  සිට  $S$  ට ඇඳි ස්පර්ශකයන්හි ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යවල  $x$ -ධනාංක  $5x^2 + 8x + 2 = 0$  සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10.  $n \in \mathbb{Z}$  සඳහා  $\theta \neq (2n + 1)\frac{\pi}{2}$  යැයි ගනිමු.

$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$  සර්වසාම්‍යය භාවිතයෙන්,  $\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$  බව පෙන්වන්න.

$\sec \theta + \tan \theta = \frac{4}{3}$  බව දී ඇත.  $\sec \theta - \tan \theta = \frac{3}{4}$  බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ නගිත්,  $\cos \theta = \frac{24}{25}$  බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

**නව නිර්දේශය / புதிய பாடத்திட்டம் / New Syllabus**

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்  
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

**අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2020**  
**கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2020**  
**General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2020**

**සංයුක්ත ගණිතය I**  
**இணைந்த கணிதம் I**  
**Combined Mathematics I**

**10 S I**

**B කොටස**

\* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11.(a)  $f(x) = x^2 + px + c$  හා  $g(x) = 2x^2 + qx + c$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $p, q \in \mathbb{R}$  හා  $c > 0$  වේ.  $f(x) = 0$  හා  $g(x) = 0$  සඳහා  $a$  පොදු මූලයක් ඇති බව දී ඇත.  $a = p - q$  බව පෙන්වන්න.  
 $p$  හා  $q$  ඇසුරෙන්  $c$  සොයා,  
 (i)  $p > 0$  නම්  $p < q < 2p$  බව,  
 (ii)  $f(x) = 0$  හි විචේතකය  $(3p - 2q)^2$  බව  
**අපේක්ෂා** කරන්න.

$\beta$  හා  $\gamma$  යනු පිළිවෙලින්  $f(x) = 0$  හි හා  $g(x) = 0$  හි අනික් මූල යැයි ගනිමු.  $\beta = 2\gamma$  බව පෙන්වන්න.  
 තව ද  $\beta$  හා  $\gamma$  මූල වන වර්ගජ සමීකරණය  $2x^2 + 3(2p - q)x + (2p - q)^2 = 0$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

(b)  $h(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $a, b, c \in \mathbb{R}$  වේ.  $x^2 - 1$  යන්න  $h(x)$  හි සාධකයක් බව දී ඇත.  
 $b = -1$  බව පෙන්වන්න.  
 $h(x)$  යන්න  $x^2 - 2x$  මගින් බෙදූ විට ශේෂය  $5x + k$  බව ද දී ඇත; මෙහි  $k \in \mathbb{R}$  වේ.  $k$  හි අගය සොයා  $h(x)$  යන්න  $(x - \lambda)^2 (x - \mu)$  ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$  වේ.

12.(a) පියානෝ වාදකයින් පස්දෙනකු, ගිටාර් වාදකයින් පස්දෙනකු, ගායිකාවන් තුන්දෙනකු හා ගායකයින් හත්දෙනකු අතුරෙන් **හරියටම** පියානෝ වාදකයින් දෙදෙනකු ද **අඩු හරමින්** ගිටාර් වාදකයින් හතරදෙනකු ද ඇතුළත් වන පරිදි සාමාජිකයන් එකොළොස්දෙනකුගෙන් සමන්විත සංගීත කණ්ඩායමක් තෝරා ගැනීමට අවශ්‍යව ඇත. තෝරා ගත හැකි එවැනි වෙනස් සංගීත කණ්ඩායම් ගණන සොයන්න.  
 මේවා අතුරෙන් හරියටම ගායිකාවන් දෙදෙනකු සිටින සංගීත කණ්ඩායම් ගණන ද සොයන්න.

(b)  $r \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $U_r = \frac{3r-2}{r(r+1)(r+2)}$  හා  $V_r = \frac{A}{r+1} - \frac{B}{r}$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $A, B \in \mathbb{R}$  වේ.

$r \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $U_r = V_r - V_{r+1}$  වන පරිදි  $A$  හා  $B$  හි අගයන් සොයන්න.

**එ නයින්.**  $n \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{n^2}{(n+1)(n+2)}$  බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$  අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

දැන්,  $r \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $W_r = U_{r+1} - 2U_r$  යැයි ගනිමු.  $\sum_{r=1}^n W_r = U_{n+1} - U_1 - \sum_{r=1}^n U_r$  බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} W_r$  අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව **අපේක්ෂා** කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

13.(a)  $A = \begin{pmatrix} a+1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$  හා  $C = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $a \in \mathbb{R}$  වේ.

$A^T B - I = C$  බව පෙන්වන්න; මෙහි  $I$  යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාසය වේ.

$C^{-1}$  පවතින්නේ  $a \neq 0$  ම නම් පමණක් බව ද පෙන්වන්න.

දැන්,  $a = 1$  යැයි ගනිමු.  $C^{-1}$  ලියා දක්වන්න.

$CPC = 2I + C$  වන පරිදි  $P$  න්‍යාසය සොයන්න.

(b)  $z, w \in \mathbb{C}$  යැයි ගනිමු.  $|z|^2 = z\bar{z}$  බව පෙන්වා, එය  $z - w$  ට යෙදීමෙන්

$|z - w|^2 = |z|^2 - 2\text{Re}z\bar{w} + |w|^2$  බව පෙන්වන්න.

$|1 - z\bar{w}|^2$  සඳහා ද එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලියා දක්වා,  $|z - w|^2 - |1 - z\bar{w}|^2 = -(1 - |z|^2)(1 - |w|^2)$  බව පෙන්වන්න.

$|w| = 1$  හා  $z \neq w$  නම්  $\left| \frac{z - w}{1 - z\bar{w}} \right| = 1$  බව අපෝහනය කරන්න.

(c)  $1 + \sqrt{3}i$  යන්න  $r(\cos \theta + i \sin \theta)$  ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි  $r > 0$  හා  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  වේ.

$(1 + \sqrt{3}i)^m (1 - \sqrt{3}i)^n = 2^8$  බව දී ඇත; මෙහි  $m$  හා  $n$  ධන නිඛිල වේ.

ද මුඛාවර් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,  $m$  හා  $n$  හි අගයන් නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබා ගන්න.

14.(a)  $x \neq 3$  සඳහා  $f(x) = \frac{x(2x-3)}{(x-3)^2}$  යැයි ගනිමු.

$f(x)$  හි ව්‍යුත්පන්නය,  $f'(x)$  යන්න  $x \neq 3$  සඳහා  $f'(x) = \frac{9(1-x)}{(x-3)^3}$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඒ නගින,  $f(x)$  වැඩි වන ප්‍රාන්තරය හා  $f(x)$  අඩු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

$f(x)$  හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$x \neq 3$  සඳහා  $f''(x) = \frac{18x}{(x-3)^4}$  බව දී ඇත.

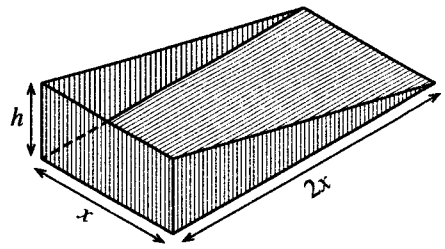
$y = f(x)$  හි ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝත්මුව, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින්  $y = f(x)$  හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) යාබද රූපයෙන් දැවිලි එකතු කරනයක මිට රහිත කොටස දැක්වේ.

සෙන්ටිමීටරවලින් එහි මාන රූපයේ දැක්වේ. එහි පරිමාව  $x^2 h \text{ cm}^3$  යන්න  $4500 \text{ cm}^3$  බව දී ඇත.

එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය  $S \text{ cm}^2$  යන්න  $S = 2x^2 + 3xh$  මගින් දෙනු ලැබේ.  $S$  අවම වන්නේ  $x = 15$  වන විට බව පෙන්වන්න.





15.(a) සියලු  $x \in \mathbb{R}$  සඳහා  $x^3 + 13x - 16 = A(x^2 + 9)(x + 1) + B(x^2 + 9) + 2(x + 1)^2$

වන පරිදි  $A$  හා  $B$  නියත පවතින බව දී ඇත.

$A$  හා  $B$  හි අගයන් සොයන්න.

එ නිසින්,  $\frac{x^3 + 13x - 16}{(x+1)^2(x^2+9)}$  යන්න හිත්ත භාගවලින් ලියා දක්වා,

$$\int \frac{x^3 + 13x - 16}{(x+1)^2(x^2+9)} dx \text{ සොයන්න.}$$

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්,  $\int_0^1 e^x \sin^2 \pi x dx$  අගයන්න.

(c)  $a$  නියතයක් වන  $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$  සූත්‍රය භාවිතයෙන්,

$$\int_0^{\pi} x \cos^6 x \sin^3 x dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \cos^6 x \sin^3 x dx \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\text{එ නිසින්, } \int_0^{\pi} x \cos^6 x \sin^3 x dx = \frac{2\pi}{63} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

16.  $A \equiv (1, 2)$  හා  $B \equiv (3, 3)$  යැයි ගනිමු.

$A$  හා  $B$  ලක්ෂ්‍ය හරහා යන  $l$  සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

එක එකක්  $l$  සමග  $\frac{\pi}{4}$  ක සුළු කෝණයක් සාදමින්  $A$  හරහා යන  $l_1$  හා  $l_2$  සරල රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න.

$l$  මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක  $(1 + 2t, 2 + t)$  ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි  $t \in \mathbb{R}$  වේ.

$l_1$  හා  $l_2$  යන දෙකම ස්පර්ශ කරන හා කේන්ද්‍රය  $l$  මත වූ මූලමනින්ම පළමුවන වෘත්ත පාදකයේ පිහිටන අරය  $\frac{\sqrt{10}}{2}$  වන,  $C_1$  වෘත්තයේ සමීකරණය  $x^2 + y^2 - 6x - 6y + \frac{31}{2} = 0$  බව ද පෙන්වන්න.

විෂ්කම්භයක අන්ත  $A$  හා  $B$  වූ  $C_2$  වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

$C_1$  හා  $C_2$  වෘත්ත ප්‍රලම්බව ඡේදනය වේ දැයි තීරණය කරන්න.

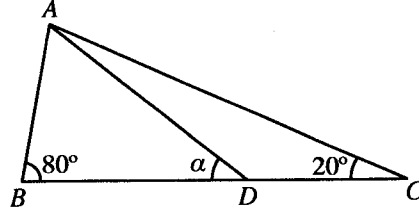
17. (a)  $\sin A$ ,  $\cos A$ ,  $\sin B$  හා  $\cos B$  ඇසුරෙන්  $\sin(A-B)$  ලියා දක්වන්න.

(i)  $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$ , හා

(ii)  $2 \sin 10^\circ = \cos 20^\circ - \sqrt{3} \sin 20^\circ$

බව අපෝහනය කරන්න.

(b) සුපුරුදු අංකනයෙන්,  $ABC$  ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.



රූපයේ දක්වා ඇති  $ABC$  ත්‍රිකෝණයේ  $\hat{A}BC = 80^\circ$  හා  $\hat{A}CB = 20^\circ$  වේ.  $D$  ලක්ෂ්‍යය  $BC$  මත පිහිටා ඇත්තේ  $AB = DC$  වන පරිදි ය.  $\hat{A}DB = \alpha$  යැයි ගනිමු.

සුදුසු ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්,  $\sin 80^\circ \sin(\alpha - 20^\circ) = \sin 20^\circ \sin \alpha$  බව පෙන්වන්න.

$\sin 80^\circ = \cos 10^\circ$  වන්නේ ඇයිදැයි පැහැදිලි කර, ඒ නසින්,  $\tan \alpha = \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ - 2 \sin 10^\circ}$  බව පෙන්වන්න.

ඉහත (a)(ii) හි ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්  $\alpha = 30^\circ$  බව අපෝහනය කරන්න.

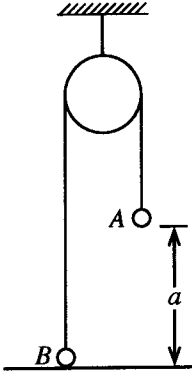
(c)  $\tan^{-1}(\cos^2 x) + \tan^{-1}(\sin x) = \frac{\pi}{4}$  සමීකරණය විසඳන්න.

\*\*\*





3. එක එකෙහි ස්කන්ධය  $m$  වූ  $A$  හා  $B$  අංශු දෙකක්, අවල සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිත්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඇදා, රූපයේ දැක්වෙන පරිදි  $A$  අංශුව තිරස් ගෙඩීමක සිට  $a$  උසකින් ඇතිවද  $B$  අංශුව ගෙඩීම ස්පර්ශ කරමින් ද සමතුලිතතාවයේ පිහිටා ඇත. දැන්,  $A$  අංශුවට සිරස්ව පහළට  $mu$  ආවේගයක් දෙනු ලැබේ. ආවේගයෙන් මොහොතකට පසු  $A$  අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ස්කන්ධය  $1500 \text{ kg}$  වූ කාරයක්, විශාලත්වය  $500 \text{ N}$  වූ නියත ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව සෘජු තිරස් මාර්ගයක ධාවනය වේ. කාරයේ එන්ජිම  $50 \text{ kW}$  ජවයකින් ක්‍රියාකරමින් කාරය  $25 \text{ ms}^{-1}$  වේගයෙන් ධාවනය වන විට එහි ත්වරණය සොයන්න.

මෙම මොහොතේ දී කාරයේ එන්ජිම ක්‍රියා විරහිත කරනු ලැබේ. එන්ජිම ක්‍රියා විරහිත කළ මොහොතේ සිට තත්පර  $50$  කට පසු කාරයේ වේගය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

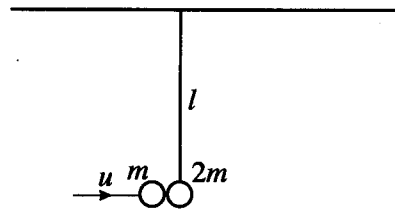
.....

.....

.....

.....

5. දිග  $l$  වන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් තිරස් සිවිලිමක නිදහසේ එල්ලා ඇති ස්කන්ධය  $2m$  වූ  $P$  අංශුවක් සමතුලිතතාවයේ පවතී.  $u$  ප්‍රවේගයෙන් තිරස් දිශාවකින් චලනය වන ස්කන්ධය  $m$  වූ තවත් අංශුවක්,  $P$  අංශුව සමග ගැටී එයට හා වේ. ගැටුමට පසුව ද තන්තුව තදව පවතින අතර සංයුක්ත අංශුව සිවිලිමට යාන්තමින් ළඟා වේ.  $u = \sqrt{18gl}$  බව පෙන්වන්න.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6.  $a > 0$  හා සුපුරුදු අංකනයෙන්,  $O$  අවල මූලයකට අනුබද්ධයෙන්  $A$  හා  $B$  ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින්  $i + aj$  හා  $ai - 2j$  යැයි ගනිමු.  $C$  යනු  $AC : CB = 1 : 2$  වන පරිදි  $AB$  මත වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු.  $AB$  ට  $OC$  ලම්බ යැයි දී ඇත.  $a$  හි අගය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



9.  $A$  හා  $B$  යනු  $\Omega$  නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්,  $P(A) = \frac{3}{5}$ ,  $P(B|A) = \frac{1}{4}$  හා  $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$  බව දී ඇත.  $P(B)$  සොයන්න.

$A$  හා  $B$  සිද්ධි ස්වායත්ත නොවන බව පෙන්වන්න.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

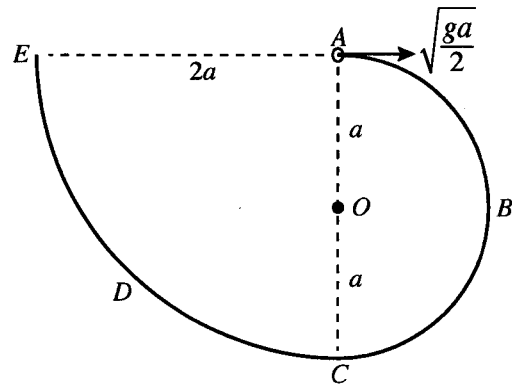
10. එක එකක් 10 ට අඩු හෝ සමාන ධන නිඛිලමය නිරීක්ෂණ 5 ක කුලකයක මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය හා මාතය යන එක එකක් 6 ට සමාන වේ. නිරීක්ෂණවල පරාසය 9 වේ. මෙම නිරීක්ෂණ පහ සොයන්න.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....





(b) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි  $ABCDE$  සුමට තුනී කම්බියක් සිරස් තලයක සවි කර ඇත.  $ABC$  කොටස  $O$  කේන්ද්‍රය හා අරය  $a$  වූ අර්ධ වෘත්තයක් වන අතර  $CDE$  කොටස කේන්ද්‍රය  $A$  හා අරය  $2a$  වූ වෘත්තයකින් හතරෙන් කොටසකි.  $A$  හා  $C$  ලක්ෂ්‍ය  $O$  හරහා යන සිරස් රේඛාවේ පිහිටන අතර,  $AE$  රේඛාව තිරස් වේ. ස්කන්ධය  $m$  වූ කුඩා සුමට  $P$  පබළුවක්  $A$  හි තබා තිරස්ව  $\sqrt{\frac{ga}{2}}$  ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබන අතර එය කම්බිය දිගේ චලනය ආරම්භ කරයි.



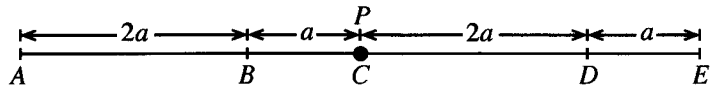
$\vec{OA}$  සමග  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) කෝණයක්  $\vec{OP}$  සාදන විට

$P$  පබළුවේ  $v$  වේගය,  $v^2 = \frac{ga}{2}(5 - 4\cos\theta)$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඉහත පිහිටීමේ දී කම්බිය මගින්  $P$  පබළුව මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයා,  $P$  පබළුව  $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{5}{6}\right)$  වූ ලක්ෂ්‍යය පසු කරන විට එය එහි දිශාව වෙනස් කරන බව පෙන්වන්න.

$P$  පබළුව  $E$  හි දී කම්බියෙන් ඉවත් වීමට මොහොතකට පෙර එහි ප්‍රවේගය ලියා දක්වා එම මොහොතේ දී කම්බිය මගින්  $P$  පබළුව මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

13. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි  $AB = 2a, BC = a, CD = 2a$  හා  $DE = a$  වන පරිදි සුමට තිරස් මේසයක් මත  $A, B, C, D$  හා  $E$  ලක්ෂ්‍ය එම පිළිවෙලින් සරල රේඛාවක්



මත පිහිටා ඇත. ස්වභාවික දිග  $2a$  හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය  $kmg$  වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක්  $A$  ලක්ෂ්‍යයට ඇඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය  $m$  වන  $P$  අංශුවකට ඇඳා ඇත. ස්වභාවික දිග  $a$  හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය  $mg$  වන තවත් සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක්  $E$  ලක්ෂ්‍යයට ඇඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර  $P$  අංශුවට ඇඳා ඇත.

$P$  අංශුව  $C$  හි අල්වා තබා මුදා හල විට, එය සමතුලිතතාවේ පවතී.  $k$  හි අගය සොයන්න.

දැන්,  $P$  අංශුව  $D$  ලක්ෂ්‍යයට ළඟා වන තෙක්  $AP$  තන්තුව ඇද නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

$D$  සිට  $B$  දක්වා  $P$  හි චලිත සමීකරණය  $\ddot{x} + \frac{3g}{a}x = 0$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි  $CP = x$  වේ.  $\dot{x}^2 = \frac{3g}{a}(c^2 - x^2)$  සූත්‍රය භාවිතයෙන්  $P$  අංශුව  $B$  ට ළඟා වන විට එහි ප්‍රවේගය  $3\sqrt{ga}$  බව පෙන්වන්න; මෙහි  $c$  යනු විස්තාරය වේ.

$P$  අංශුව  $B$  වෙත ළඟා වන විට එයට ආවේගයක් දෙනු ලබන්නේ ආවේගයෙන් මොහොතකට පසු  $P$  හි ප්‍රවේගය  $\vec{BA}$  දිශාවට  $\sqrt{ag}$  වන පරිදි ය.

$B$  පසු කිරීමෙන් පසු ක්ෂණික නිසලතාවට පත්වන තෙක්  $P$  හි චලිත සමීකරණය  $\ddot{y} + \frac{g}{a}y = 0$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි  $DP = y$  වේ.

$D$  වලින් පටන් ගත්  $P$  අංශුව දෙවන වතාවට  $B$  වෙත පැමිණීමට ගන්නා මුළු කාලය  $2\sqrt{\frac{a}{g}}\left(\frac{\pi}{3\sqrt{3}} + \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)\right)$  බව පෙන්වන්න.

14. (a) a හා b යනු එකක දෛශික දෙකක් යැයි ගනිමු.

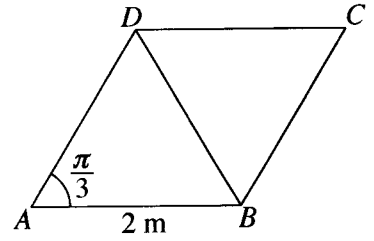
O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින්  $12a, 18b$  හා  $10a + 3b$  වේ.

a හා b ඇසුරෙන්  $\vec{AC}$  හා  $\vec{CB}$  ප්‍රකාශ කරන්න.

A, B හා C එක රේඛීය බව අපෝහනය කර, AC : CB සොයන්න.

OC =  $\sqrt{139}$  බව දී ඇත.  $\hat{AOB} = \frac{\pi}{3}$  බව පෙන්වන්න.

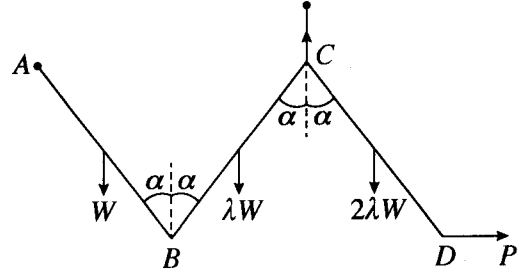
(b) ABCD යනු  $AB = 2$  m හා  $\hat{BAD} = \frac{\pi}{3}$  වූ රෝම්බසයකි. විශාලත්වය 10 N, 2 N, 6 N, P N හා Q N වූ බල පිළිවෙළින් AD, BA, BD, DC හා CB දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය 10 N ද එහි දිශාව BC ට සමාන්තර B සිට C අතට වූ දිශාව බව ද දී ඇත. P හා Q හි අගයන් සොයන්න.



සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි ක්‍රියා රේඛාව, දික් කරන ලද BA හමුවන ලක්ෂ්‍යයට A සිට ඇති දුර ද සොයන්න.

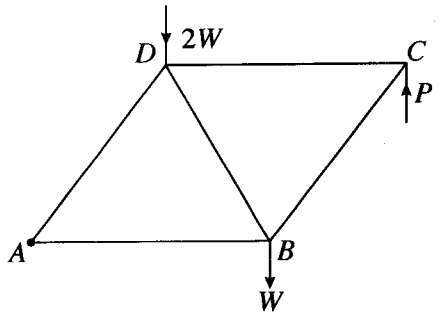
දැන්, සම්ප්‍රයුක්ත බලය A හා C ලක්ෂ්‍ය හරහා යන පරිදි වාමාවර්ත අතට ක්‍රියා කරන ඝූර්ණය M Nm වූ යුග්මයක් ද CB හා DC දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරන එක එකෙහි විශාලත්වය F N වූ බල දෙකක් ද පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. F හා M හි අගයන් සොයන්න.

15. (a) එක එකෙහි දිග  $2a$  වන AB, BC හා CD ඒකාකාර දඬු තුනක් B හා C අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB, BC හා CD දඬුවල බර පිළිවෙළින් W,  $\lambda W$  හා  $2\lambda W$  වේ. A කෙළවර අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි දඬු සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ A හා C එකම තිරස් මට්ටමේ ද දඬු එක එකක් සිරස සමග  $\alpha$  කෝණයක් සාදන පරිදි ද C සන්ධියට හා C ට සිරස්ව ඉහළින් වූ අවල ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳු සැහැල්ලු අවිභ්‍යාස තන්තුවක් මගින් හා D අන්තයට යෙදූ තිරස් P බලයක් මගිනි.  $\lambda = \frac{1}{3}$  බව පෙන්වන්න.



B හි දී CB මගින් AB මත ඇති කරන බලයේ තිරස් හා සිරස් සංරචක පිළිවෙළින්  $\frac{W}{3} \tan \alpha$  හා  $\frac{W}{6}$  බව ද පෙන්වන්න.

(b) යාබද රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල සාදා ඇත්තේ A, B, C හා D හි දී නිදහසේ සන්ධි කරන ලද එක එකෙහි දිග  $2a$  වන AB, BC, CD, DA හා BD සැහැල්ලු දඬු මගිනි. B හා D හි දී පිළිවෙළින් W හා 2W වන භාර ඇත. රාමු සැකිල්ල A හි දී සුමටව අවල ලක්ෂ්‍යයකට අසව් කර AB තිරස්ව ඇතිව සමතුලිතතාවේ තබා ඇත්තේ C හි දී සිරස්ව ඉහළට යොදන ලද P බලයක් මගිනි. W ඇසුරෙන් P හි අගය සොයන්න.

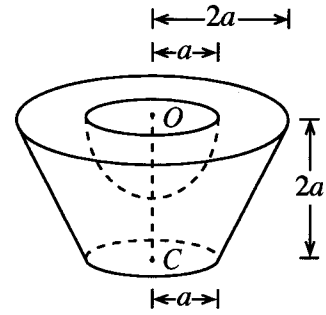


බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ එ නගින්න, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න සඳහන් කරමින් ඒවා සොයන්න.

16. (i) පතුලේ අරය  $r$  හා උස  $h$  වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට  $\frac{h}{4}$  දුරකින් ද

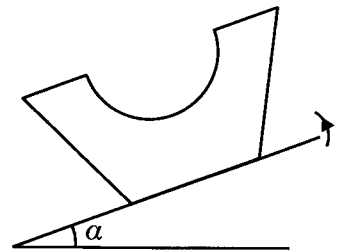
(ii) අරය  $r$  වන ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, කේන්ද්‍රයේ සිට  $\frac{3r}{8}$  දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

පතුලේ අරය  $2a$  හා උස  $4a$  වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්ත කේතුවක ඡේතකයකින් ඝන අර්ධ ගෝලයක් ඉවත් කර සාදා ඇති  $S$  වංගෙඩියක් යාබද රූපයේ දැක්වේ. ඡේතකයේ ඉහළ වෘත්තාකාර මුහුණතේ අරය හා කේන්ද්‍රය පිළිවෙලින්  $2a$  හා  $O$  වන අතර පහළ වෘත්තාකාර මුහුණත සඳහා ඒවා පිළිවෙලින්  $a$  හා  $C$  වේ. ඡේතකයේ උස  $2a$  වේ. ඉවත් කළ ඝන අර්ධ ගෝලයෙහි අරය හා කේන්ද්‍රය පිළිවෙලින්  $a$  හා  $O$  වේ.



$S$  වංගෙඩියේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය  $O$  සිට  $\frac{41}{48}a$  දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

$S$  වංගෙඩිය, එහි පහළ වෘත්තාකාර මුහුණත, තලය ස්පර්ශ කරමින් රළු තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. දැන්, තලය සෙමෙන් උඩු අතට ඇල කරනු ලැබේ. වංගෙඩිය හා තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය  $0.9$  වේ.  $\alpha < \tan^{-1}(0.9)$  නම්, වංගෙඩිය සමතුලිතතාවේ පවතින බව පෙන්වන්න; මෙහි  $\alpha$  යනු තලයේ තිරසර ආනතිය වේ.



17.(a) එක්තරා කර්මාන්තශාලාවක අයිතමවලින් 50% ක්  $A$  යන්ත්‍රය නිපදවන අතර ඉතිරිය  $B$  හා  $C$  යන්ත්‍ර මගින් නිපදවනු ලැබේ.  $A$ ,  $B$  හා  $C$  යන්ත්‍ර මගින් නිපදවනු ලබන අයිතමවලින් පිළිවෙලින් 1%, 3% හා 2% ක් දෝෂ සහිත බව දැනිමු. සසම්භාවීව තෝරාගත් අයිතමයක් දෝෂ සහිත වීමේ සම්භාවිතාව  $0.018$  බව දී ඇත.  $B$  හා  $C$  යන්ත්‍ර මගින් නිපදවනු ලබන අයිතමවල ප්‍රතිශත සොයන්න.

සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් අයිතමයක් දෝෂ සහිත බව දී ඇති විට, එය  $A$  යන්ත්‍රය මගින් නිපදවන ලද එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) එක්තරා කර්මාන්තශාලාවක සේවකයින් 100 දෙනකු තම නිවසේ සිට සේවා ස්ථානයට ගමන් කිරීමට ගනු ලබන කාලය (මිනිත්තුවලින්) පහත වගුවේ දී ඇත:

ගනු ලබන කාලය	සේවකයින් ගණන
0 - 20	10
20 - 40	30
40 - 60	40
60 - 80	10
80 - 100	10

ඉහත දී ඇති ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, සම්මත අපගමනය හා මාතය නිමානය කරන්න.

පසුව, 80 - 100 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සිටි සියලුම සේවකයින් කර්මාන්තශාලාව ආසන්නයේ පදිංචියට ගොස් ඇත. එයින්, 80 - 100 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සංඛ්‍යාතය 10 සිට 0 දක්වා ද 0 - 20 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සංඛ්‍යාතය 10 සිට 20 දක්වා ද වෙනස් විය.

නව ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, සම්මත අපගමනය හා මාතය නිමානය කරන්න.

\*\*\*